## SOLUCIONARIO PARA MATEMATICAS

## CICLO BASICO

## Problema #1

**En el pizarrón se escriben los números enteros positivos impares del 1 hasta el 47, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios. Queda así una larga secuencia de 43 dígitos (el primero es y el último es ).**

**Hay que borrar dígitos de modo que los 10 dígitos que queden escritos, leídos de izquierda a derecha, formen el mayor número de 10 dígitos posible. Determinar cuál es el número de 10 dígitos que quedará escrito en el pizarrón.**

**Solución:**

Un número será más grande a siempre y cuando los dígitos que se encuentren a su izquierda sean los más grandes posibles, el mayor dígito posible que se puede escoger es el 9, y del 1 al 47 existen únicamente cuatro números 9, correspondientes a los números . Por ahora nuestro número de 10 dígitos luce así

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 | 9 | 9 | 9 |  |  |  |  |  |  |

Y los últimos 6 dígitos tendrán que escogerse de la siguiente secuencia 41434547. Usando un razonamiento similar buscaremos que el mayor digito posible que es 4 sean los números de la izquierda, para esto borramos los dígitos 1 y 3, obteniendo finalmente el siguiente número de 10 dígitos

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 7 |

## Problema #2

**Sea un punto interior del triángulo tal que y . Calcular la medida del ángulo .**

**NOTA: NO VALE MEDIR.**

**Solución:**

Notemos que .

Por otro lado se sabe que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es , entonces

Con lo cual se concluye que la respuesta es .

## Problema #3

**Al sumar el número de cuatro cifras más el número de tres cifras más el número de dos cifras , más el número de una cifra el resultado es . Hallar si cada letra representa un dígito distinto.**

**Solución:**

Notemos que , entonces

, de donde es obvio ver que debe ser múltiplo de cinco, esto indica que . Ahora la ecuación queda de la siguiente manera

Claramente , ya que caso contrario si lo cual es falso. Con esto la ecuación ahora será

La cifra de las unidades dependerá de , y el único número de un dígito que al multiplicarse con da como resultado un número que termina en es , entonces . Obteniendo

Donde resulta trivial que .

Entonces se concluye que las respuestas son

## Problema #4

**Miguel escribe la siguiente lista de números: el primero es y luego, cada uno de los siguientes números es la suma de los cuadrados de los dígitos del último número. Los primeros tres números de la lista son y , porque y . Hallar el número que aparece en la posición de la lista.**

**Solución:**

Sean los números que escribe Miguel, notemos que

Lo cual hace evidente que, a partir del número todos aquellos cuyos subíndices serán y se repetirá el comportamiento de la lista y en vista que podemos decir que .

Con lo cual se concluye que el número que aparece en la posición es .

## Problema #5

**En una reunión cada invitado saludó a cada uno de los restantes con un apretón de manos. Hubo 36 apretones de manos entre dos mujeres y 28 apretones de manos entre dos varones. Calcular cuántos apretones de manos hubo entre un varón y una mujer.**

**Solución:**

Sean y la cantidad de hombres y mujeres que asistieron a la reunión. Obviamente por cada pareja que se pueda formar de dos hombres, hubo un apretón de manos entre dos hombres y análogamente para las mujeres, lo cual indica que:

La cantidad de apretones de manos entre dos hombres fue

Y en vista que necesariamente debe ser un número positivo se tiene que .

La cantidad de apretones de manos entre dos mujeres fue

Y en vista que necesariamente debe ser un número positivo se tiene que .

Y ahora la cantidad de parejas que se puede formar de un hombre y una mujer son , que indica que hubo apretones de manos entre un hombre y una mujer.

## Problema #6

**Steffy intercambio los dígitos de un número de tres cifras de modo que ningún dígito quedó en su posición original. Después restó el número original menos el nuevo número y el resultado que obtuvo fue un número de dos cifras que es un cuadrado perfecto. Halle todos los resultados que pudo haber obtenido Daniel.**

**Solución:**

Sea el número original, entonces tenemos dos posibles casos

Caso 1:

Entonces el cuadrado de dos cifras debe ser múltiplo de 9, y el único cuadrado de dos cifras múltiplo de es .

Para esto fácilmente puede darse que .

Caso 2:

Entonces el cuadrado de dos cifras debe ser múltiplo de 9, y el único cuadrado de dos cifras múltiplo de es .

Para esto fácilmente puede darse que .